Nom : ....

Prénom : ....

Numéro Parcoursup : ....

ConcoursAvenir

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
SUJET A

Durée : 1h30
Coefficient : 6

Qui peut utiliser ce sujet de **Mathématiques A** ?

- Profil Violet : **OUI** ✔
- Profil Jaune : **NON** ✗
- Profil Vert : **OUI** ✔

Consignes spécifiques :

Lisez attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve.

Cette épreuve comporte volontairement plus d'exercices que vous ne pouvez en traiter dans le temps imparti. La raison en est que votre enseignant n'a pas forcément traité l'ensemble du programme de Terminale.

Vous devez répondre à 45 questions au choix parmi les 60 proposées pour obtenir la note maximale. Si vous traitez plus de 45 questions, seules les 45 premières répondues seront prises en compte.

Aucun brouillon n'est distribué. Les pages blanches de ce sujet peuvent être utilisées à l'usage de brouillon. **L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique (connecté ou non) est interdit.**

Aucun document autre que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé. Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement.

Si vous trouvez ce sujet « difficile », ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e). Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous !

***Barème* :** **Pour chaque question, une seule réponse est correcte.** Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque réponse exacte est gratifiée de trois points, tandis que chaque réponse fausse est pénalisée par le retrait d'un point. Une question non traitée n'apporte et ne retire aucun point.**

Calculs numériques et suites numériques

Question 1.
Soit ϕ la solution strictement positive de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$.
On peut alors affirmer que :

a. $\dfrac{1}{\phi} = \phi - 1$ **b.** $\dfrac{1}{\phi} = -\phi - 1$ **c.** $\dfrac{1}{\phi} = 1 - \phi$ **d.** $\dfrac{1}{\phi} = 1 + \phi$

Question 2.
Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{4} \\ u_{n+1} = 1 - u_n^2 \end{cases}$.
On peut alors affirmer que :

a. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$
b. (u_n) n'a pas de limite
c. (u_n) est strictement croissante
d. (u_n) est strictement décroissante

Question 3.
Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{5}\left(u_n + \dfrac{2}{u_n}\right) \end{cases}$.
On peut alors affirmer que :

a. (u_n) est strictement croissante
b. (u_n) est strictement décroissante
c. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \dfrac{5 - \sqrt{17}}{2}$
d. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Question 4.
Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel strictement positif n par $u_n = \dfrac{4 - 3n^2}{n^2}$.
On considère également la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $v_n = \dfrac{u_n + 1}{u_n + 3}$.
On peut alors affirmer que :

a. $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = -\infty$ **b.** $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = \dfrac{1}{3}$ **c.** $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 1$ **d.** $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = +\infty$

Question 5.
Soient deux suites (u_n) et (v_n) telles que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on ait $u_n < v_n$.
Parmi les propositions suivantes, laquelle est correcte ?

a. Si (u_n) est décroissante et positive, alors elle converge vers 0
b. La suite (u_n) est majorée
c. Si (v_n) n'a pas de limite infinie alors elle est bornée
d. (u_n) et (v_n) peuvent converger vers la même limite

Question 6.
Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \sqrt{n^2 + 10n} - n$.
On peut alors affirmer que :

a. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$ **b.** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 5$ **c.** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 10$ **d.** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$

Question 7.
Soit la suite géométrique (u_n) de terme initial $u_1 = 100$ et de raison $q = 0,25$.
On se fixe pour objectif d'obtenir, pour un entier $N > 0$ donné, le plus petit rang n tel que $u_n < N$.
Parmi les 4 algorithmes écrits en langage Python ci-dessous, lequel convient ?

a.
```
def algorithme_seuil(N) :
    n = 1
    u = 100
    while u >= N :
        u = u*0.25
        n = n+1
    return u
```

b.
```
def algorithme_seuil(N) :
    n = 1
    u = 100
    while u < N :
        u = u*0.25
        n = n+1
    return n
```

c.
```
def algorithme_seuil(N) :
    n = 1
    u = 100
    while u >= N :
        u = 100*(0.25)**n
        n = n+1
    return n
```

d.
```
def algorithme_seuil(N) :
    n = 1
    u = 100
    while u >= N :
        n = n+1
        u = 100*(0.25)**n
    return n
```

Question 8.
Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{\pi^n \times \cos\left(\frac{2\pi}{e}\right)}{\left(\sqrt{2}\right)^n}$. On peut alors affirmer que :

a. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$

b. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$

c. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$

d. (u_n) n'a pas de limite

Question 9.
Que vaut la somme de tous les multiples de 4 compris entre 4 (inclus) et 400 (inclus) ?

a. 20200 **b.** 40400 **c.** $\dfrac{1-4^{100}}{1-4}$ **d.** $4 \times \dfrac{1-4^{100}}{1-4}$

Question 10.
On considère le programme en Python suivant qui prend en entrée une liste composée de 4 éléments choisis parmi les chiffres 0, 1 et 2.

```
def algorithme_mystère(liste) :

""" On donne en entrée une liste composée de 4 chiffres choisis
parmi 0, 1 et 2. Par exemple [0, 2, 1, 1], ou encore [2, 1, 2, 1]. """

resultat = 0
for i in range(len(liste)) :
    resultat = resultat + liste[i]*3**i
return resultat
```

L'algorithme renvoie 42 si on donne en entrée la liste $[0, 2, 1, 1]$.
Quelle liste doit-on donner en entrée à cet algorithme pour obtenir en sortie le nombre 25 ?

a. $[0, 2, 2, 1]$ **b.** $[2, 1, 0, 1]$ **c.** $[1, 1, 2, 0]$ **d.** $[1, 2, 2, 0]$

Question 11.
Combien de solution(s) réelle(s) admet l'équation $e^{4x} - 2e^{2x} = 3$?

a. 1 **b.** 2 **c.** 3 **d.** 4

Question 12.
On considère la proposition suivante : « Si deux suites (u_n) et (v_n) sont convergentes, alors la suite $(u_n \times v_n)$ est convergente. »
Quelle est la contraposée de cette proposition ?

a. « Si $(u_n \times v_n)$ est divergente, alors (u_n) et (v_n) sont divergentes »
b. « Si $(u_n \times v_n)$ est convergente, alors (u_n) ou (v_n) est convergente »
c. « Si $(u_n \times v_n)$ est divergente, alors (u_n) ou (v_n) est divergente »
d. « Si $(u_n \times v_n)$ est convergente, alors (u_n) et (v_n) sont convergentes »

Étude de fonctions

Dans toute cette section, on considère les courbes représentatives de fonctions dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Question 13.
Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x\sqrt{x} - \dfrac{x^2}{4}$.
L'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4 est :

a. $y = x$ **b.** $y = x + 4$ **c.** $y = 4x + 4$ **d.** $y = x + 8$

Question 14.
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{\sin(5x)}{x}$. On peut alors affirmer que :

a. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1$ **b.** $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 5$ **c.** $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \dfrac{1}{5}$ **d.** f n'admet pas de limite en 0

Question 15.
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2; 4\}$ par $f(x) = \dfrac{e^x(x^4 - 16)}{(x-4)(x+2)(x^2-4)}$.

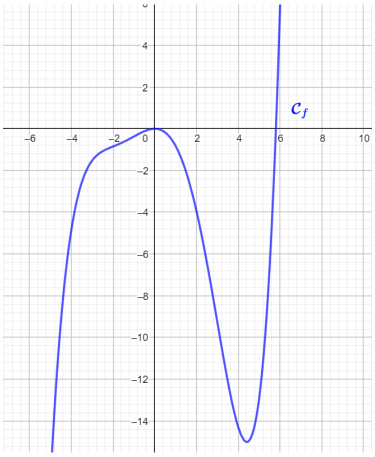
Combien d'asymptotes, verticales ou horizontales, possède la courbe $\mathscr{C}_f$?

a. 3 **b.** 4 **c.** 5 **d.** 6

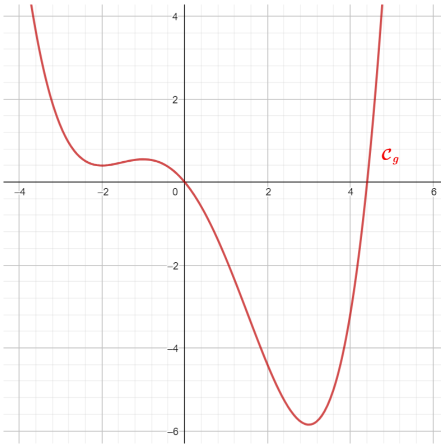
Question 16.
Soit la fonction f définie sur $\mathscr{D}$ par $f(x) = \ln(\ln(x))$.
On peut alors affirmer que :

a. $\mathscr{D} =]0; +\infty[$ et f est concave sur $\mathscr{D}$
b. $\mathscr{D} =]0; +\infty[$ et f est convexe sur $\mathscr{D}$
c. $\mathscr{D} =]1; +\infty[$ et f est concave sur $\mathscr{D}$
d. $\mathscr{D} =]1; +\infty[$ et f est convexe sur $\mathscr{D}$

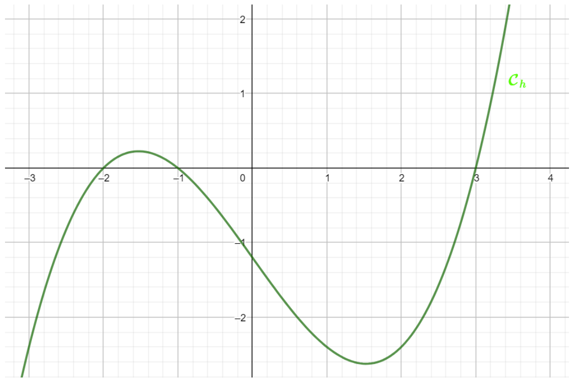
Question 17.
Soient trois fonctions f, g et h, définies et deux fois dérivables sur $\mathbb{R}$ représentées ci-dessous.



Courbe représentative de f



Courbe représentative de g

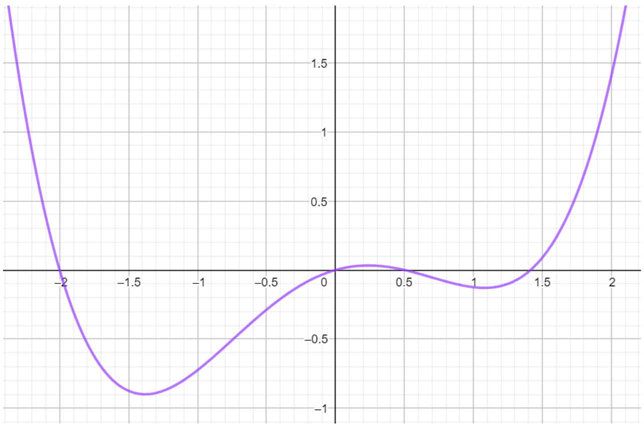


Courbe représentative de h

Quelle affirmation pourrait être vraie ?

- **a.** g est la dérivée seconde de f et $g' = h$
- **b.** h est la dérivée seconde de f et $h' = g$
- **c.** h est la dérivée seconde de f et $f' = g$
- **d.** f est la dérivée seconde de g et $g' = h$

Pour les deux questions suivantes on s'intéresse à une fonction f définie et continue sur $\mathbb{R}$ que l'on a représentée ci-dessous.



Courbe représentative de f

On admet également que $f(0) = 0$ et que pour tout $x \notin [-2; 2]$, $f(x) \neq 0$.

Question 18.
Combien de solution(s) réelle(s), admet l'équation $(f \circ g)(x) = 0$ où g est la fonction exponentielle ?

- **a.** 0
- **b.** 2
- **c.** 3
- **d.** 4

Question 19.
Combien de solution(s) réelle(s) admet l'équation $(g \circ f)(x) = 0$ où g est la fonction exponentielle ?

- **a.** 0
- **b.** 2
- **c.** 3
- **d.** 4

Question 20.
Soit la fonction f définie sur $\mathscr{D}$ par $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$ et dérivable sur un ensemble $\mathscr{E}$.
On peut alors affirmer que :

a. $\mathscr{D} = \left[1; +\infty\right[$

b. $\forall x \in \mathscr{D}$, $f(x)f(-x) = 1$

c. $\forall x \in \mathscr{E}$, $f(x)$ et $f'(x)$ sont de même signe

d. f est dérivable en 1

Question 21.
Soient les fonctions f et g définies respectivement sur $\mathscr{D}_f$ et $\mathscr{D}_g$ par $f(x) = \dfrac{1}{\sin(x)}$ et $g(x) = \dfrac{1}{\cos(x)}$.
On peut alors affirmer que :

a. $\forall x \in \mathscr{D}_f$, $f(x) = g(x + \pi)$

b. $\forall x \in \mathscr{D}_f$, $f(x) = g\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

c. $\forall x \in \mathscr{D}_f$, $f(x) = g(x - \pi)$

d. $\forall x \in \mathscr{D}_f$, $f(x) = g\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Question 22.
Soit la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x-e^{-x}}$.
On peut alors affirmer que, pour tout réel x :

a. $f'(x) = e^{-x-e^{-x}}$

b. $f'(x) = e^{-x-e^{-x}}\left(e^{-x} + 1\right)$

c. $f'(x) = e^{-x-e^{-x}}\left(e^{-x} - 1\right)$

d. $f'(x) = e^{-x-e^{-x}}\left(-e^{-x} - 1\right)$

Pour les deux questions suivantes, on s'intéresse à la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}.$$

Question 23.
On peut alors affirmer que :

a. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$

b. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$

c. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$

d. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$

Question 24.
On admet qu'il existe une fonction g définie et continue sur $\mathscr{D}_g$ telle que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad (g \circ f)(x) = x \qquad \textbf{et} \qquad \forall x \in \mathscr{D}_g, \quad (f \circ g)(x) = x.$$

On peut alors affirmer que :

a. $\mathscr{D}_g = \mathbb{R}$

b. $\mathscr{D}_g = \left[-1; 1\right]$

c. $\forall x \in \mathscr{D}_g$, $g(x) = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$

d. g est strictement croissante sur $\mathscr{D}_g$

Probabilités et dénombrement

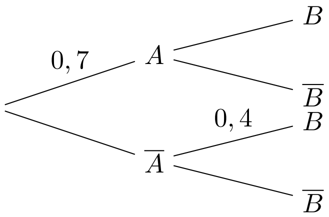
Question 25.
On choisit au hasard un véhicule dans une concession automobile et on s'intéresse à deux caractéristiques présentées dans le tableau d'effectifs ci-dessous.

	Essence	Diesel	Electrique
Occasion	150	90	10
Neuf	100	20	80

Quelle est la probabilité que le véhicule choisi soit neuf sachant qu'il n'est pas électrique ?

a. $\frac{1}{3}$ **b.** $\frac{5}{9}$ **c.** $\frac{120}{450}$ **d.** $\frac{20}{45}$

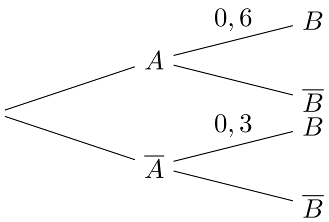
Question 26.
Soient deux évènements indépendants A et B.



À partir de l'arbre pondéré ci-dessus, on peut affirmer que :

a. $P_A(B) = 0,6$ **b.** $P(A \cup B) = 0,28$ **c.** $P(B) = 0,4$ **d.** $P_B(\overline{A}) = 0,4$

Question 27.
Soient deux évènements A et B tels que $P(B) = 0,42$. On a de plus l'arbre pondéré ci-dessous.



Parmi les quatre probabilités proposées ci-dessous, laquelle est la plus grande ?

a. $P(A \cup B)$ **b.** $P(A \cup \overline{B})$ **c.** $P(\overline{A} \cup B)$ **d.** $P(\overline{A} \cup \overline{B})$

Question 28.
Deux joueurs jouent au jeu suivant : chaque joueur lance simultanément 7 dés équilibrés à 6 faces, numérotées de 1 à 6. Le vainqueur est celui qui aura obtenu le plus de faces numéro 6. En cas d'égalité il n'y a pas de vainqueur. Le premier joueur a obtenu six faces numéro 6. Quelle est la probabilité qu'il ne gagne pas cette manche ?

a. $\frac{1}{6^7}$ **b.** $\frac{8}{6^7}$ **c.** $\frac{35}{6^7}$ **d.** $\frac{1}{6^5}$

Question 29.
Combien de mots différents (ayant un sens ou non) peut-on former en utilisant une seule fois chaque lettre du mot « asymptote » ?

a. 8^9 **b.** $9\,!$ **c.** $\frac{9\,!}{2}$ **d.** 9^8

Pour les trois questions suivantes, on s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante :
On lance successivement n ($n \in \mathbb{N}^*$) pièces de monnaie parfaitement équilibrées.
Chaque pièce retombe alors soit sur le côté pile (noté P) soit sur le côté face (noté F).
On considère que les issues sont des n-uplets comme par exemple $(F, F, P, \cdots, P, F)$ ou $(P, F, P, \cdots, F, P)$.

Question 30.
Combien existe-t-il d'issues différentes ?

a. $2n$ **b.** n^2 **c.** 2^n **d.** $\dfrac{n!}{2}$

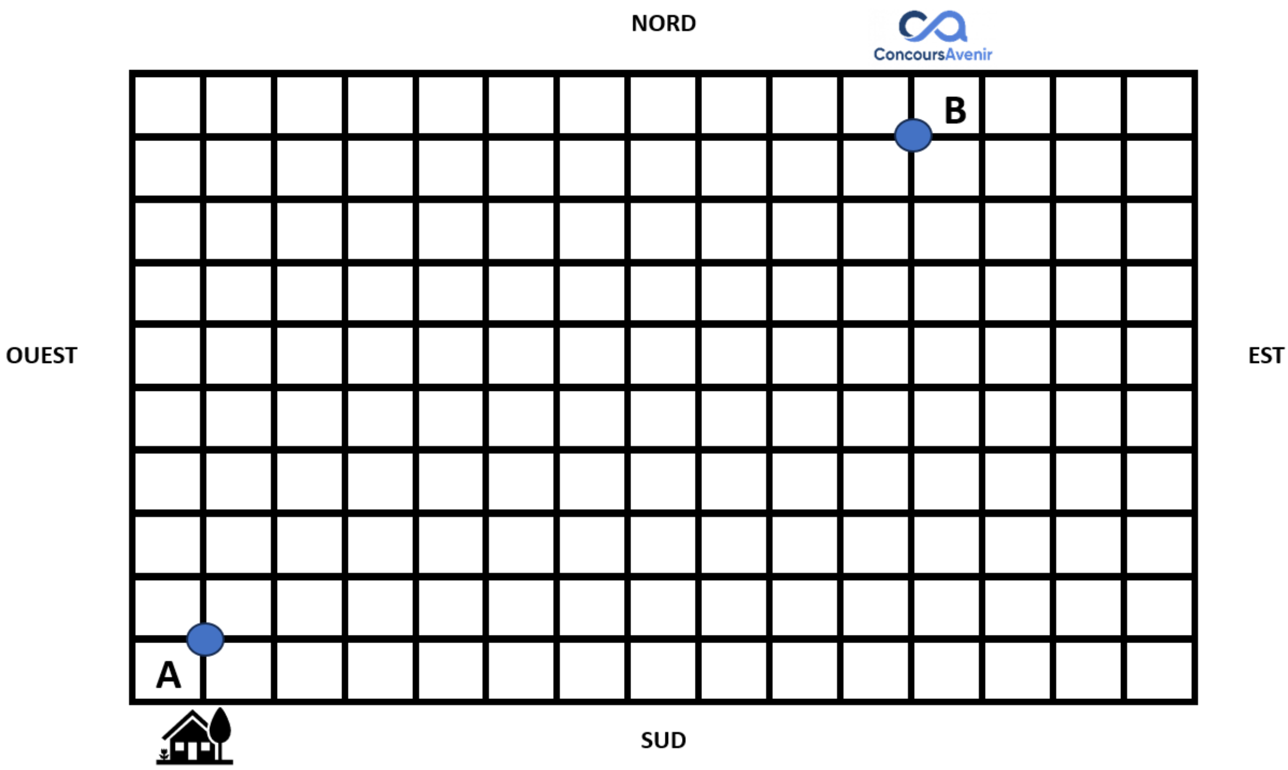
Question 31.
Quelle est la probabilité d'obtenir au moins $n-1$ pile(s) ?

a. $\dfrac{n}{2^n}$ **b.** $\dfrac{n+1}{2^n}$ **c.** $\dfrac{n-1}{2^n}$ **d.** $1 - \dfrac{n-1}{2^n}$

Question 32.
Si $n = 5$, quelle est la probabilité d'obtenir au moins 3 piles consécutifs ou au moins 3 faces consécutifs ?

a. $\dfrac{6}{32}$ **b.** $\dfrac{5}{16}$ **c.** $\dfrac{1}{2}$ **d.** $\dfrac{3}{8}$

Question 33.
Un étudiant souhaite se rendre au centre d'examen afin de passer le concours Avenir.
Le quadrillage ci-dessous représente les itinéraires possibles.



Il ne peut cependant se déplacer que vers l'Est ou vers le Nord et suivre les chemins tracés.
Combien existe-t-il de trajets possibles pour se rendre du point A au point B ?

a. 80 **b.** $\dbinom{18}{8}$ **c.** 2^{18} **d.** $10! \times 8!$

Question 34.
Une compagnie de chemins de fer doit desservir dix villes, chacune étant reliée, sans escale, à chacune des autres. Combien de voies ferrées, à double sens, doit-elle mettre en service ?

a. 45 **b.** 55 **c.** $\dfrac{9\,!}{2}$ **d.** $9\,!$

Pour les deux questions suivantes, on s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante :
On dispose de n objets ($n \in \mathbb{N}^*$) et on veut ranger chacun d'eux dans l'une quelconque des n boîtes notées B_1, B_2, $\cdots$, B_n. Une boîte peut contenir zéro, un ou plusieurs objets.

Question 35.
Quelle est la probabilité que la boîte B_n demeure vide ?

a. $\left(\dfrac{1}{n}\right)^n$ **b.** $1-\left(\dfrac{1}{n}\right)^n$ **c.** $\left(1-\dfrac{1}{n}\right)^n$ **d.** $1-\left(1-\dfrac{1}{n}\right)^n$

Question 36.
Si $n=3$, quel sera le nombre moyen de boîtes vides à l'issue du rangement ?

a. 1 **b.** $1,2$ **c.** $\dfrac{8}{9}$ **d.** $\dfrac{2}{3}$

Équations différentielles, primitives et calcul intégral

Dans toute cette section, on considère les courbes représentatives de fonctions dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Question 37.
Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $2y'+3y=0$ sont les fonctions définies par :

a. $f(x)=Ce^{-\frac{3x}{2}}$, où $C\in\mathbb{R}$ **b.** $f(x)=Ce^{\frac{3x}{2}}$, où $C\in\mathbb{R}$
c. $f(x)=Ce^{-\frac{2x}{3}}$, où $C\in\mathbb{R}$ **d.** $f(x)=Ce^{\frac{2x}{3}}$, où $C\in\mathbb{R}$

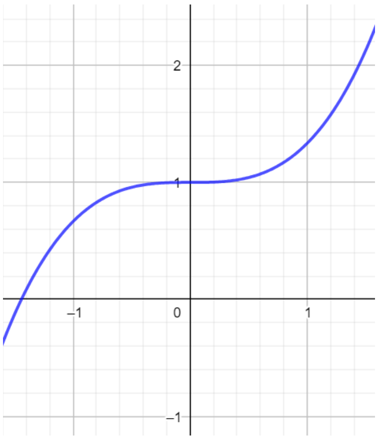
Question 38.
Soit f l'unique solution définie sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y'+0,5y=1$ et vérifiant $f(1)=0$.
On peut alors affirmer que :

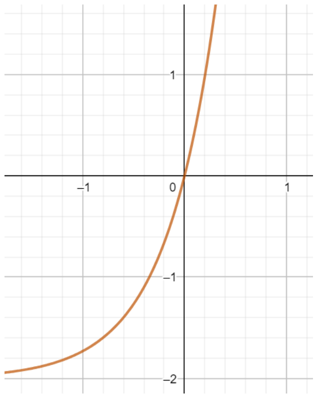
a. $f(x)=2+2e^{\frac{x-1}{2}}$ **b.** $f(x)=2-2e^{\frac{x-1}{2}}$
c. $f(x)=2+2e^{\frac{1-x}{2}}$ **d.** $f(x)=2-2e^{\frac{1-x}{2}}$

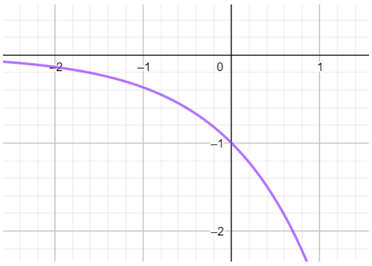
Question 39.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ solution de l'équation différentielle $y'=ay+b$ ($a<0$ et $b\in\mathbb{R}$) vérifiant $f(0)=f'(0)=1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$.
On peut alors affirmer que :

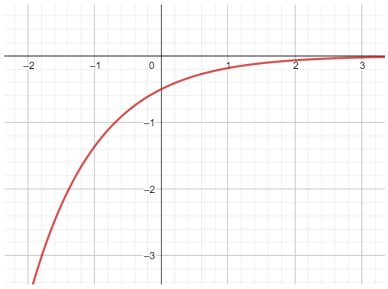
a. $a=-1$ et $b=-2$ **b.** $a=-1$ et $b=2$
c. $\forall x\in\mathbb{R},\ f(x)=-e^{-2x}+2$ **d.** $\forall x\in\mathbb{R},\ f(x)=-e^{-x}-2$

Question 40.
On s'intéresse à l'équation différentielle $y' = -y$. Parmi les courbes ci-dessous, laquelle pourrait représenter une solution de cette équation ?

a. 

b. 

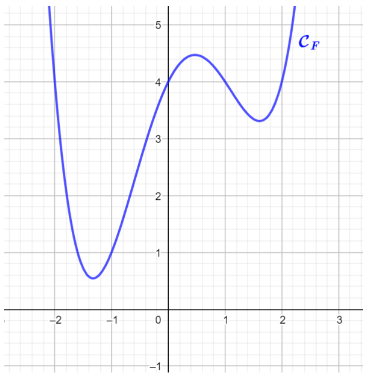
c. 

d. 

Question 41.
La primitive s'annulant en $\frac{\pi}{6}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(x)\cos(x)$ est :

a. $F : x \mapsto \dfrac{\sin^2(x)}{2} - \dfrac{1}{8}$ **b.** $F : x \mapsto \dfrac{\cos^2(x)}{2} - \dfrac{1}{8}$ **c.** $F : x \mapsto \dfrac{\sin^2(x)}{2} - \dfrac{3}{8}$ **d.** $F : x \mapsto \dfrac{\cos^2(x)}{2} - \dfrac{3}{8}$

Question 42.
Soit une fonction f continue sur $\mathbb{R}$. On a tracé ci-dessous la courbe représentative d'une de ses primitives sur $\mathbb{R}$, notée F.



Courbe représentative de F

On admet que F est strictement monotone sur $]-\infty; -2]$ et sur $[2; +\infty[$. On peut alors affirmer que :

a. toute primitive de f est positive

b. f est croissante sur $[-1; 0]$

c. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

d. f admet 3 antécédents de 0

Question 43.
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{e^x}{e^x + 3}$. Soit F l'une de ses primitives sur $\mathbb{R}$.
On peut alors affirmer que :

a. $F(0) = 4$

b. $\mathscr{C}_F$ admet une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$

c. $\lim\limits_{x \to -\infty} F(x) = +\infty$

d. $F : x \mapsto \ln\left(C \times (e^x + 3)\right)$ avec $C > 0$

Question 44.
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 3x - 2$.
On peut alors affirmer que :

a. $F : x \mapsto x^3 + \frac{3x^2}{2} - 2x$ est la primitive de f sur $\mathbb{R}$

b. $F : x \mapsto x^3 + \frac{3x^2}{2} - 2x + \frac{1}{2}$ est la primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en -1

c. la valeur moyenne de f sur $[-1; 1]$ est -2

d. la valeur moyenne de f sur $[-1; 1]$ est -1

Question 45.
Soit l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-6}^{6} |x| \; \mathrm{d}x$. On peut alors affirmer que :

a. $I = 36$ **b.** $I = 0$ **c.** $I = 18$ **d.** $I = 12$

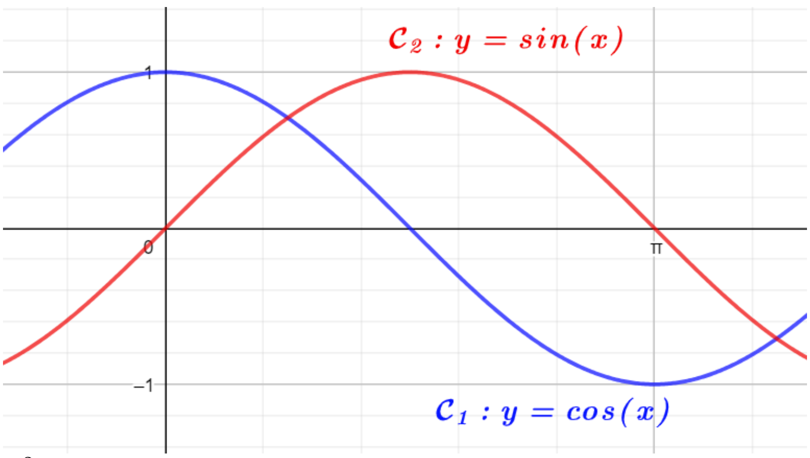
Question 46.
Soit l'intégrale $I = \displaystyle\int_{1}^{e} \frac{(\ln(t))^2}{t} \; \mathrm{d}t$. On peut alors affirmer que :

a. $I = 1$ **b.** $I = \dfrac{1}{2}$ **c.** $I = \dfrac{1}{3}$ **d.** $I = 2$

Question 47.
Soit l'intégrale $I = \displaystyle\int_{-1}^{1} \sqrt{1 - x^2} \; \mathrm{d}x$. On peut alors affirmer que :

a. $I = 0$ **b.** $I = \dfrac{\pi}{2}$ **c.** $I = \pi$ **d.** $I = 2\pi$

Question 48.
On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé d'unité graphique $2cm$, les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ d'équation respective $y = \cos(x)$ et $y = \sin(x)$.



Quelle est l'aire, en cm^2, du domaine délimité par les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \pi$?

a. 2 **b.** $2\sqrt{2}$ **c.** $8\sqrt{2}$ **d.** 8

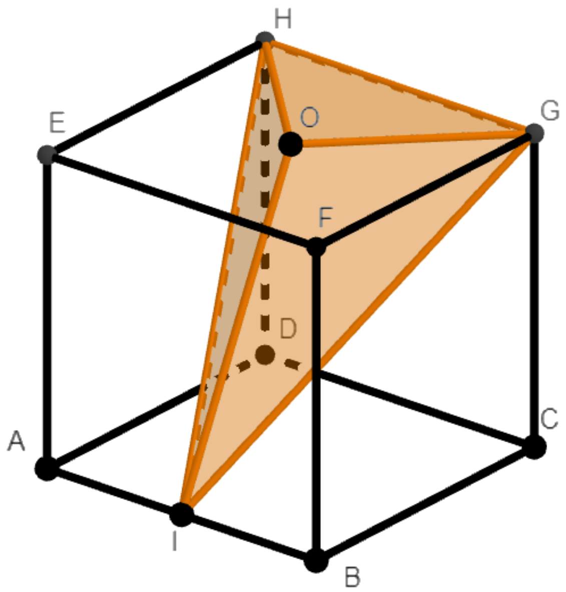
Géométrie

Dans toute cette section, sauf mention explicite du contraire, le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ***et l'espace d'un repère orthonormé*** $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$***.***

Question 49.
Soient A **et** B **deux points distincts du plan. Soit un point** M **du plan tel que** $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$**.**
On peut alors affirmer que :

a. A, B et M sont alignés
b. M appartient au cercle de diamètre $[AB]$
c. M est confondu avec A ou B
d. M appartient à la médiatrice de $[AB]$

Question 50.
La figure ci-dessous représente le cube $ABCDEFGH$ **de côté 1.**
De plus, I **est le milieu de** $[AB]$ **et** O **est le centre de la face** $EFGH$**.**



Quelle est la proportion du volume du cube occupé par la pyramide $IOGH$ **?**

a. $\frac{1}{12}$ **b.** $\frac{1}{9}$ **c.** $\frac{1}{6}$ **d.** $\frac{1}{3}$

Question 51.
Soient $A(5;5;-1)$**,** $B(7;3;-9)$ **et** $C(3;1;-5)$ **trois points de l'espace.**
On peut alors affirmer que le triangle ABC **est :**

a. rectangle isocèle
b. rectangle mais pas isocèle
c. isocèle mais pas rectangle
d. équilatéral

Question 52.
Dans l'espace, on considère le point $A(-3;1;1)$ **et le plan** $\mathscr{P}$ **d'équation cartésienne :**

$$\mathscr{P} : x + y = z.$$

Quelle est la distance entre le point A **et le plan** $\mathscr{P}$ **?**

a. 0 **b.** 1 **c.** $\sqrt{2}$ **d.** $\sqrt{3}$

Question 53.
Dans l'espace, on considère le point $A(2;-1;-2)$ et le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $4x-2y+2z=0$. Une représentation paramétrique de la droite passant par A et orthogonale à $\mathscr{P}$ est :

a. $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = -1+2t \\ z = -2+2t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

b. $\begin{cases} x = -2t \\ y = t \\ z = -3-t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

c. $\begin{cases} x = 4+2t \\ y = -2-t \\ z = 2-2t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

d. $\begin{cases} x = -2+4t \\ y = 1-2t \\ z = 2t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

Question 54.
Dans l'espace, on considère les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ d'équation cartésienne :

$$\mathscr{P}_1 : x = y - 3z - 4 \quad \textbf{et} \quad \mathscr{P}_2 : 2x - 2y + 6z + 8 = 0$$

On peut alors affirmer que :

a. l'intersection de $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ est vide
b. l'intersection de $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ est un plan
c. l'intersection de $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ est une droite
d. l'intersection de $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ est un point

Question 55.
Dans l'espace, on considère la droite $\mathscr{D}$ de représentation paramétrique :

$$\mathscr{D} : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}.$$

Laquelle des droites ci-dessous, dont on donne à chaque fois une représentation paramétrique, est perpendiculaire à $\mathscr{D}$?

a. $\mathscr{D}_1 : \begin{cases} x = 1 \\ y = -1-2t \\ z = 2-2t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

b. $\mathscr{D}_2 : \begin{cases} x = 3+2t \\ y = -2t \\ z = 2+2t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

c. $\mathscr{D}_3 : \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

d. $\mathscr{D}_4 : \begin{cases} x = 2+t \\ y = 7+2t \\ z = 2-2t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}$

Question 56.
L'ensemble des points M du plan de coordonnées $(x;y)$ vérifiant $x^2+4x+y^2-2y=4$ est :

a. le cercle de centre $A(2;1)$ et de rayon 4
b. le cercle de centre $A(-2;1)$ et de rayon 3
c. le cercle de centre $A(2;1)$ et de rayon 2
d. le cercle de centre $A(-2;1)$ et de rayon 2

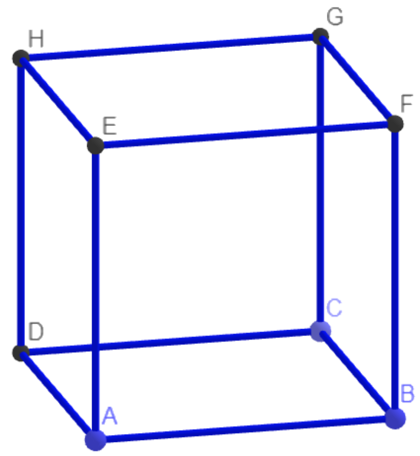
Question 57.
Dans le plan, on considère les points $A(0;3)$ et $B(2;7)$. Une équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AB]$ est :

a. $2x+4y+22=0$ **b.** $2x+4y-22=0$ **c.** $4x-2y+6=0$ **d.** $4x-2y-6=0$

Question 58.
On considère 3 points A, B et C du plan tels que $AB = 8$ cm, $BC = 4$ cm et $AC = 6$ cm.
On peut alors affirmer que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} =$?

a. -42 **b.** -84 **c.** 42 **d.** 84

Pour les deux questions suivantes on s'intéresse au cube $ABCDEFGH$ de côté 1 représenté ci-dessous et on munit l'espace du repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.



Question 59.
On peut alors affirmer que les grandes diagonales (AG) et (BH) sont :

a. orthogonales mais pas perpendiculaires **b.** sécantes mais pas perpendiculaires
c. perpendiculaires **d.** non coplanaires

Question 60.
Une équation cartésienne du plan (BFH) est donnée par :

a. $x + z = -1$ **b.** $x + y = -1$
c. $x + z = 1$ **d.** $x + y = 1$

• • • FIN • • •